奇摄动 Volterra 型积分微分方程非线性边值问题*

吴钦宽　林平健　孙福树　尤兴华

南京工程学院基础部，南京　210013

摘要　利用微分不等式理论，研究了一类 Volterra 型积分微分方程非线性边值问题. 在适当条件下，构造出问题的上下解，得出解的存在性和渐近估计.

关键词　奇摄动　积分微分方程　非线性边值问题　解的渐近估计

非线性奇摄动问题的理论和方法的研究在国际学术界已引起充分的关注[1]. 近几年来许多学者做了大量的工作[2-7]，发展和优化了许多近似方法. 奇摄动积分微分方程在许多领域中有着重要的应用，对奇摄动积分微分方程的研究也是当前讨论的一个热点问题[8-10]. 本文是考虑如下一类 Volterra 型积分微分方程非线性边值问题，

$$\varepsilon x'' = f(t,x,x',T_\varepsilon x,\varepsilon),\quad 0<t<1. \tag{1}$$

$$g_i(x(0),x(1),x'(0),x'(1)) = 0,\quad (i=1,2). \tag{2}$$

其中 $\varepsilon>0$ 是小参数，$T_\varepsilon x=\varphi(t,\varepsilon)+\int_0^t K(t,s)x(s,\varepsilon)\mathrm{d}s$，$\varphi(t,\varepsilon)\in\mathbb{C}([0,1]\times[0,\varepsilon_1])$（$\varepsilon_1$ 是某小的正常数），$K(t,s)\in\mathbb{C}([0,1]\times[0,1])$ 且 $K(t,s)\geqslant0$. 在适当的假设下，我们得到(1)，(2)式解的存在性，并给出了解的渐近估计.

1　辅助引理和定理

首先，我们考虑一般的 Volterra 型积分微分方程非线性边值问题

$$x'' = f(t,x,x',Tx),\quad 0<t<1. \tag{3}$$

$$g_i(x(0),x(1),x'(0),x'(1)) = 0,\quad (i=1,2). \tag{4}$$

其中 $Tx=\varphi(t)+\int_0^t K(t,s)x(s)\mathrm{d}s$，$\varphi(t,\varepsilon)\in\mathbb{C}([0,1]\times[0,1])$，$K(t,s)\in\mathbb{C}([0,1]\times[0,1])$ 且 $K(t,s)\geqslant0$.

定义　连续函数 $\alpha(t),\beta(t)$ 分别称为方程(3)的上解和下解，如果

(1) $\alpha(t),\beta(t)$ 在 $[0,1]$ 上是分段 $\mathbb{C}^2$ 类的，即存在一个分划 $\{t_i\}_{i=0}^n$，$0=t_0<t_1<\cdots<t_n=1$，使得 $\alpha(t),\beta(t)\in\mathbb{C}^2[t_{i-1},t_i]$ $(i=1,\cdots,n-1)$，且在分点 t_i 成立 $D_l\alpha(t_i)\leqslant D_r\alpha(t_i)$，$D_l\beta(t_i)\geqslant D_r\beta(t_i)$，其中 D_l 和 D_r 分别表示左、右导数；

(2) $\alpha(t)\leqslant\beta(t)$，$t\in[0,1]$，

$$\alpha''\geqslant f(t,\alpha,\alpha',T\alpha),\ \beta''\leqslant f(t,\beta,\beta',T\beta),$$
$$t\in(t_{i-1},t_i),\ i=1,2,\cdots,n.$$

假设：

[H1] 设 $f(t,x,x',Tx)$ 在 $[0,1]\times R^3$ 上连续，且关于 x' 满足 Nagumo 条件，即存在定义在 $[0,\infty]$ 上的正函数 $\psi(t)$，使得

$$f(t,x,x',Tx)\leqslant\psi(|x'|),$$

且

$$\int^\infty\frac{s}{\psi(s)}\mathrm{d}s\geqslant\left|\max_{[0,1]}\beta(t)-\min_{[0,1]}\alpha(t)\right|;$$

2004-07-12 收稿，2004-08-24 收修改稿

* 南京工程学院基金资助项目(项目号：KXJ04093)

E-mail：wqkuan@sohu.com

[H2] 设 $\alpha(t),\beta(t)$ 是方程(3)满足 $\alpha(0)<\beta(0),\alpha(1)<\beta(1)$ 的上解和下解函数，$g_1(\xi,\eta,u,v)\in\mathbb{C}(R^4)$ 且关于 u 单调不减及关于 v 单调不增，令 G_1 是定义在 $[\alpha(0),\beta(0)]\times[\alpha(1),\beta(1)]\times R^2$ 上满足

$$g_1(\alpha(0),\alpha(1),\alpha'(0),\alpha'(1))\geqslant 0,$$
$$g_1(\beta(0),\beta(1),\beta'(0),\beta'(1))\leqslant 0$$

的所有连续函数 $g_1(\xi,\eta,u,v)$ 的集合；

[H3] 设 $\alpha(t),\beta(t)$ 是方程(3)满足 $\alpha(0)<\beta(0),\alpha(1)<\beta(1)$ 的上解和下解函数，$g_2(\xi,\eta,u,v)\in\mathbb{C}(R^4)$ 且关于 u 单调不增及关于 v 单调不减，令 G_2 是定义在 $[\alpha(0),\beta(0)]\times[\alpha(1),\beta(1)]\times R^2$ 上满足

$$g_2(\alpha(0),\alpha(1),\alpha'(0),\alpha'(1))\leqslant 0,$$
$$g_2(\beta(0),\beta(1),\beta'(0),\beta'(1))\geqslant 0$$

的所有连续函数 $g_2(\xi,\eta,u,v)$ 的集合.

引理[11] 设 $\alpha(t),\beta(t)$ 为上解和下解函数，c 和 d 是满足 $\alpha(0)\leqslant c\leqslant\beta(0),\alpha(1)\leqslant d\leqslant\beta(1)$ 的任意实数. 若[H1]成立，则边值问题

$$x''=f(t,x,x',Tx). \tag{5}$$
$$x(0)=c,\quad x(1)=d. \tag{6}$$

在 $[0,1]$ 上存在一个 $\mathbb{C}^2$ 类解 $x=x(t)$，且满足 $\alpha(t)\leqslant x(t)\leqslant\beta(t),t\in[0,1]$.

定理1 设 $\alpha(t),\beta(t)$ 分别是(3)式的下解和上解，且 $\alpha(0)<\beta(0),\alpha(1)<\beta(1)$，若 $g_1\in G_1$ 和[H1]，[H2]成立，则对任意的 $\alpha(1)\leqslant d\leqslant\beta(1)$，边值问题

$$x''=f(t,x,x',Tx), \tag{7}$$
$$g_1(x(0),x(1),x'(0),x'(1))=0,$$
$$x(1)=d. \tag{8}$$

在 $[0,1]$ 上存在一个满足 $\alpha(t)\leqslant x_d(t)\leqslant\beta(t)$ 的 $\mathbb{C}^2$ 类解 $x_d(t)$.

证明 要证明定理结论成立，只需考虑对任意给定的 $\varepsilon>0$，方程(7)在 $[0,1]$ 上存在一个满足 $x(1,\varepsilon)=d,\left|g_1(x(0,\varepsilon),x(1,\varepsilon),x'(0,\varepsilon),x'(1,\varepsilon))\right|<\varepsilon$ 和 $\alpha(t)\leqslant x(t,\varepsilon)\leqslant\beta(t)$ 的解 $x(t,\varepsilon)$.

取 $\pi(c)$，$(\alpha(0)\leqslant c\leqslant\beta(0))$ 表示边值问题

$$x''=f(t,x,x',Tx),\quad x(0)=c,\ x(1)=d$$

满足 $\alpha(t)\leqslant x(t)\leqslant\beta(t)$ 的解集，引理说明 $\pi(c)$ 非空. 若定理不成立，则存在某 $\varepsilon_0>0$，使得对任意的 $c\in(\alpha(0),\beta(0))$ 和 $x(t)\in\pi(c)$，恒有 $|g_1(x(0),x(1),x'(0),x'(1))|\geqslant\varepsilon_0$. 当 $x(t)\in\pi(\beta(0))$，则有 $x'(0)\leqslant\beta'(0)$，从而 $g_1(x(0),x(1),x'(0),x'(1))\leqslant-\varepsilon_0$，类似地，当 $x(t)\in\pi(\alpha(0))$，有 $g_1(x(0),x(1),x'(0),x'(1))\geqslant\varepsilon_0$. 令

$$C=\{x(t)\in\pi(c):\alpha(0)\leqslant c\leqslant\beta(0),$$
$$g_1(x(0),x(1),x'(0),x'(1))\geqslant\varepsilon_0\}$$

取 $c_0=\sup\{x(0):x(t)\in\mathbb{C}\}$，由于 $g_1(\xi,\eta,u,v)$ 关于 u 非减，从而 $c_0<\beta(0)$. 由引理，可取方程(7)带有边值条件 $\overline{x}_0(0)=c_0$，$\overline{x}_0(1)=d$ 和 $g_1(\overline{x}_0(0),\overline{x}_0(1),\overline{x}'_0(0),\overline{x}'_0(1))\geqslant\varepsilon_0$ 的解 $\overline{x}_0(t)$ 是 C 的元素的一致极限.

取 $M\geqslant1$，使得 $c_0+\dfrac{1}{M}\leqslant\beta(0)$，对 $m\geqslant M$，令 $x_m\in\pi(c_0+\dfrac{1}{m})$，在 $[0,1]$ 上满足 $x_m(t)\geqslant\overline{x}_0(t)$. 因此，$x_m$ 的一个子序列在 $[0,1]$ 上收敛到 $z_0(t)\in\pi(c_0)$，且有 $z_0(t)\geqslant\overline{x}_0(t)$. 根据 c_0 的定义，则有 $g_1(x_m(0),x_m(1),x'_m(0),x'_m(1))\leqslant-\varepsilon_0$，从而 $g_1(z_0(0),z_0(1),z'_0(0),z'_0(1))\leqslant-\varepsilon_0$，这与 $z'_0(0)\geqslant\overline{x}'_0$ 相矛盾. 定理证毕.

推论 设 $\alpha(t),\beta(t)$ 分别是(3)的下解和上解，且 $\alpha(0)<\beta(0),\alpha(1)<\beta(1)$ 若 $g_2\in G_2$ 和[H1]，[H3]成立，则对任意的 $\alpha(0)\leqslant c\leqslant\beta(0)$，边值问题

$$x''=f(t,x,x',Tx). \tag{9}$$
$$x(0)=c,\ g_2(x(0),x(1),x'(0),x'(1)), \tag{10}$$

在 $[0,1]$ 上存在一个满足 $\alpha(t)\leqslant x_c(t)\leqslant\beta(t)$ 的 $\mathbb{C}^2$ 类解 $x_c(t)$.

定理2 设 $\alpha(t),\beta(t)$ 分别是(3)式的下解和上解，且 $\alpha(0)<\beta(0),\alpha(1)<\beta(1)$ 若 $g_1\in G_1,g_2\in G_2$ 和[H1]-[H3]成立，则边值问题(3)，(4)在 $[0,1]$ 上存在一个满足 $\alpha(t)\leqslant x(t)\leqslant\beta(t)$ 的 $\mathbb{C}^2$ 类解 $x(t)$.

证明 对每个 $\alpha(1)\leqslant d\leqslant\beta(1)$，取 $\pi(d)$ 为边值问题：$x''=f(t,x,x',Tx)$，$g_1(x(0),x(1),x'(0),x'(1))=0$，$x(1)=d$ 在 $[0,1]$ 上满足 $\alpha(t)\leqslant x(t)\leqslant$

$\beta(t)$的解集. 由定理 1 知，$\pi(d)$非空. 然后利用反证法，类似定理 1 可证定理 2 结论成立.

2 主要结果

定理 3 假设

(a) 函数 $f(t,x,y,z,\varepsilon)$及它关于变元 t,x,y,z,ε 的偏微商在 D 上有界连续，且存在正常数 $m>0$，使得在 D 上，$f_y(t,x,y,z,\varepsilon)\geqslant m$. 其中

$$D=\{(t,x,y,z,\varepsilon):0\leqslant t\leqslant 1,\ |x|<\infty,\ |y|<\infty,\ |z|<\infty,0\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_0\},$$

其中 ε_0 为某正常数；

(b) 函数 f 在 D 上满足 Nagumo 条件；

(c) $g_1\in\mathbb{C}(R^4)$且关于 u,v 分别为单调不减和不增；$g_2\in\mathbb{C}(R^4)$且关于 u,v 分别为单调不增和不减，并且对任意的正数 K，存在正数 N_i $(i=1,2,3,4)$使得，当$|\xi|\leqslant K,|\eta|\leqslant K$ 时，

$$\begin{aligned}&g_1(\xi,\eta,-N_1,N_2)\leqslant 0\leqslant g_1(\xi,\eta,N_3,-N_1),\\&g_2(\xi,\eta,N_3,-N_4)\leqslant 0\leqslant g_2(\xi,\eta,-N_1,N_2).\end{aligned}\tag{11}$$

(d) 退化问题 $f(t,x,x',Tx,0)=0$，有一解 $x_0(t)\in\mathbb{C}^2[0,1]$，且满足存在 $p_1,p_2,q_1,q_2\in\mathbb{R}$，$p_1<p_2$，$q_1<q_2$，使得 $p_1<x'_0(0)<p_2$，$q_1<x'_0(1)<q_2$.

则当 $\varepsilon>0$ 充分小时，边值问题(1)，(2)有一解 $x(t,\varepsilon)$满足估计式

$$|x(t,\varepsilon)-x_0(t)|\leqslant D_1e^{\lambda_1 t}+D_2e^{\lambda_2(t-1)}+D_3,\quad 0\leqslant t\leqslant 1,$$

其中 λ_1,λ_2 是方程 $\varepsilon\lambda^3-m\lambda^2+l\lambda+ph=0$ 的两个根，使得

$$-2\sqrt{\frac{m}{\varepsilon}}<\lambda_1<-\sqrt{\frac{m}{\varepsilon}},\ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{\varepsilon}}<\lambda_2<\sqrt{\frac{m}{\varepsilon}},$$
$$D_i=O(\sqrt{\varepsilon}),(i=1,2,3).$$

证明 假设存在正数 M_1,M_2,l,p,h 使得

$$|f_x(t,x,y,z,\varepsilon)|\leqslant l,\ |f_z(t,x,y,z,\varepsilon)|\leqslant p,\ K(t,s)\leqslant h,$$
$$|f_\varepsilon(t,x,y,z,\varepsilon)|\leqslant M_1,\ |x''_0(t)|\leqslant M_2,\ (t,x,y,z,\varepsilon)\in D$$

设 $w_1^0=x'_0(0)-p_1$，$w_2^0=x'_0(1)-q_1$，$w_3^0=p_2-x'_0(0)$，$w_4^0=q_2+x'_0(1)$，

$k_i=1+\max\{w_i^0,\ w_{i+2}^0\}$，$i=1,2$；$k=\max\{k_1,k_2\}$ 且

$$F_0(w_1,w_2,\varepsilon)=x'_0(0)-w_1-w_2e^{-\lambda_2}-\frac{M_1+M_2+\frac{phk}{\sqrt{m}}+1}{ph}\lambda_3\sqrt{\varepsilon}-p_1,$$

$$F_1(w_1,w_2,\varepsilon)=x'_0(1)-w_1e^{\lambda_1}-w_2-\frac{M_1+M_2+\frac{phk}{\sqrt{m}}+1}{ph}\lambda_3\sqrt{\varepsilon}e^{\lambda_3}-q_1,$$

$$G_0(w_3,w_4,\varepsilon)=x'_0(0)+w_3+w_4e^{-\lambda_2}+\frac{M_1+M_2+\frac{phk}{\sqrt{m}}+1}{ph}\lambda_3\sqrt{\varepsilon}-p_2,$$

$$G_1(w_3,w_4,\varepsilon)=x'_0(0)+w_3e^{\lambda_1}+w_4+\frac{M_1+M_2+\frac{phk}{\sqrt{m}}+1}{ph}\lambda_3\sqrt{\varepsilon}e^{\lambda_3}-q_2,$$

其中 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ 是方程 $\varepsilon\lambda^3-m\lambda^2+l\lambda+ph=0$ 的 3 个根，且

$$-2\sqrt{\frac{m}{\varepsilon}}<\lambda_1<-\sqrt{\frac{m}{\varepsilon}},\ \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{\varepsilon}}<\lambda_2<\sqrt{\frac{m}{\varepsilon}},$$
$$\frac{1}{m}<\lambda_3<\frac{l+m}{m},$$

则

$$F_i(w_1^0,w_2^0,0)=G_i(w_3^0,w_4^0,0)=0,(i=0,1).$$

此外，

$$\frac{\partial(F_0,F_1,G_0,G_1)}{\partial(w_1,w_2,w_3,w_4)}=(1-e^{(\lambda_1-\lambda_2)})^2\neq 0,$$

所以，存在 $\varepsilon_1>0$，一个连续函数集 $w_i=w_i(\varepsilon)$满足 $w_i(0)=w_i^0$，$i=1,2,3,4$，且 $F_i(w_1(\varepsilon),w_2(\varepsilon),\varepsilon)=G_i(w_3(\varepsilon),w_4(\varepsilon),\varepsilon)=0$，$i=1,2$，对 $0\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_1$. 因为 $w_i^0>0$，则当 $\varepsilon_1>0$ 足够小时，我们有

$$\frac{1}{2}w_i^0 \leqslant w_i(\varepsilon) \leqslant w_i^0 + 1\ 0 \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon_1 (i = 1,2,3,4),\tag{12}$$

于是，当 $0\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_1$ 时

$$0 < w_i(\varepsilon),\ w_{i+2}(\varepsilon) \leqslant k_i,\quad (i = 1,2).\tag{13}$$

现在，我们构造上、下解函数，令

$$\alpha(t,\varepsilon) = x_0(t) - \varphi_1(t,\varepsilon),$$
$$\beta(t,\varepsilon) = x_0(t) + \varphi_2(t,\varepsilon),$$

其中

$$\varphi_1(t,\varepsilon) = \frac{w_1(\varepsilon)}{\lambda_1}e^{\lambda_1 t} + \frac{w_2(\varepsilon)}{\lambda_2}e^{\lambda_2(t-1)} + \frac{M_1 + M_2 + \frac{2phk}{\sqrt{m}} + 1}{ph}\lambda_3\sqrt{\varepsilon}e^{\lambda_3 t},$$

$$\varphi_2(t,\varepsilon) = \frac{w_3(\varepsilon)}{\lambda_1}e^{\lambda_1 t} + w_4(\varepsilon)\frac{w_4(\varepsilon)}{\lambda_2}e^{\lambda_2(t-1)} + \frac{M_1 + M_2 + \frac{2phk}{\sqrt{m}} + 1}{ph}\lambda_3\sqrt{\varepsilon}e^{\lambda_3 t}.$$

这时显然成立不等式

$$\alpha(t,\varepsilon) \leqslant \beta(t,\varepsilon),\quad 0 \leqslant t \leqslant 1,$$

而且当 $\varepsilon>0$ 充分小时，有

$$\begin{aligned}
&f(t,\beta,\beta',T\beta,\varepsilon) - \varepsilon\beta''(t,\varepsilon) = f_x[\bar{t}_1]\varphi_2 + \\
&f_y[\bar{t}_2]\varphi'_2 + f_z[\bar{t}_3]\int_0^t K(t,s)\varphi_2(s,\varepsilon)ds + \\
&f_\varepsilon[\bar{t}_4]\varepsilon - \varepsilon(x''_0(t) + \varphi''_2) \geqslant m\varphi'_2 - \\
&l\varphi_2 - ph\int_0^t \varphi_2(s,\varepsilon)ds - \varepsilon(M_1 + M_2 + \varphi''_2) = \\
&\frac{w_3}{\lambda_1^2}e^{\lambda_1 t}(m\lambda_1^2 - l\lambda_1 - ph - \varepsilon\lambda_1^3) + \\
&\frac{w_4}{\lambda_2^2}e^{\lambda_2(t-1)}(m\lambda_2^2 - l\lambda_2 - ph - \varepsilon\lambda_2^3) + \\
&\frac{M_1 + M_2 + \frac{2phk}{\sqrt{m}} + 1}{ph}\sqrt{\varepsilon}e^{\lambda_3 t}(m\lambda_3^2 - l\lambda_3 - ph - \varepsilon\lambda_3^3) - \\
&\varepsilon(M_1 + M_2) + \\
&ph\left(\frac{w_3}{\lambda_1^2} + \frac{w_4}{\lambda_2^2}e^{-\lambda_2} + \frac{M_1 + M_2 + \frac{2phk}{\sqrt{m}} + 1}{ph}\sqrt{\varepsilon}\right) > 0,
\end{aligned}$$

其中 $[\bar{t}_i]$，$(i=1,2,3,4)$ 是介于 $(t,x_0,x'_0,Tx_0,0)$ 与 $(t,\beta,\beta',T\beta,\varepsilon)$ 之间的某值.

类似地，我们可得

$$f(t,\alpha,\alpha',T\alpha,\varepsilon) - \varepsilon\alpha''(t,\varepsilon) < 0.$$

此外，从 $\alpha(t,\varepsilon)$，$\beta(t,\varepsilon)$ 的构造可知，对充分小的 $\varepsilon>0$，存在正数 K，使得

$$|\alpha(t,\varepsilon)| \leqslant K, |\beta(t,\varepsilon)| \leqslant K, 0 \leqslant t \leqslant 1.$$

由条件(c)，对这个 K，存在正数 N_i，$i=1,2,3,4$，使得当 $|\xi|\leqslant K$，$|\eta|\leqslant K$ 时(11)式成立，据(12)式和 $\alpha(t,\varepsilon)$，$\beta(t,\varepsilon)$ 的表达式，当 $\varepsilon>0$ 充分小时，我们有

$$\begin{aligned}
&\beta'(0) \leqslant -N_1, \beta'(1) \geqslant N_2; \\
&\alpha'(0) \geqslant N_3, \alpha'(1) \leqslant -N_4.
\end{aligned}\tag{14}$$

所以，从条件(c)和(14)式，我们可得

$$\begin{aligned}
&g_1(\beta(0),\beta(1),\beta'(0),\beta'(1)) \leqslant g_1(\beta(0),\\
&\beta(1), -N_1, N_2) \leqslant 0,\\
&g_1(\alpha(0),\alpha(1),\alpha'(0),\alpha'(1)) \geqslant g_1(\alpha(0),\\
&\alpha(1), N_3 - N_4) \geqslant 0,\\
&g_2(\alpha(0),\alpha(1),\alpha'(0),\alpha'(1)) \leqslant g_2(\alpha(0),\\
&\alpha(1), N_3, -N_4) \leqslant 0,\\
&g_2(\beta(0),\beta(1),\beta'(0),\beta'(1)) \geqslant g_2(\beta(0),\\
&\beta(1), -N_1, N_2) \geqslant 0,
\end{aligned}$$

于是定理2的条件满足，故当 $\varepsilon>0$ 充分小时，边值问题(1)，(2)有一解 $x(t,\varepsilon)$ 满足下列不等式，

$$\alpha(t,\varepsilon) \leqslant x(t,\varepsilon) \leqslant \beta(t,\varepsilon),\quad 0 \leqslant t \leqslant 1.\tag{15}$$

由(15)式及 $\alpha(t,\varepsilon)$，$\beta(t,\varepsilon)$ 的表达式，当 $\varepsilon>0$ 充分小时，估计式

$$|x(t,\varepsilon) - x_0(t)| \leqslant D_1e^{\lambda_1 t} + D_2e^{\lambda_2(t-1)} + D_3$$

在[0,1]上成立. 定理证毕.

附注 许多学者在研究奇摄动三阶微分方程边

值问题时，引入 Volterra 型积分算子，将三阶微分方程边值问题转化为二阶 Volterra 型积分微分边值问题来研究，如文献[12—13]．类似地，本文上述研究的积分微分方程边值问题也能解决相应的三阶边值问题，这里不再赘述．

参 考 文 献

1 de Jager E M, et al. The Theory of Singular Perturbation. Amsterdam: North-Holland Publishing Co, 1996

2 Andrzej J K. Remark on indirect matching of singularly perturbed boundary value problems. Quarterly of Applied Mathematics, 2003, 61: 401

3 O'Malley Jr R E. On the asymptotic solution of the singularly perturbed boundary value problems posed by Bohe. J Math Anal Appl, 2000, 242: 18

4 Kelly W G. A singular perturbation problem of Carrier and Pearson. J Math Anal Appl, 2001, 255: 678

5 Butuzov V F, et al. Singularly perturbed elliptic problems in the case of exchange of stabilities. J Differential Equations, 2001, 169: 373

6 Agrwal R P, et al. Existence of positive solutions for singular initial and boundary value problems via the classical upper and lower solution approach. Nonlinear Anal, 2002. 50: 215

7 Kadalbajoo M K, et al. Singularly perturbed problems in partial differential equations: A survey. Appl Math Comput, 2003, 134: 371

8 Lu S P. Singularly perturbed nonlinear boundary value problem for a kind of volterra type functional differential equation. Appl Math Mech, 2003, 24: 1276

9 莫嘉琪．四阶半线性椭圆型积分微分方程的奇摄动．应用数学学报，1997，20(1)：70

10 林苏榕，等．对角化方法在非线性积分微分方程组奇摄动边值问题中的应用．应用数学学报，2000，23(4)：543

11 张 祥．Volterra 型积分微分方程非线性边值问题．数学研究与评论，1995，15(1)：75

12 王国灿，等．三阶奇摄动非线性边值问题．应用数学和力学．2002，23(6)：597

13 吴钦宽．一类奇摄动三阶非线性方程边值问题．甘肃工业大学学报，2003，29(4)：125

“聚合物纳电子学”项目取得显著成果

国家自然科学基金重大国际合作研究项目“聚合物纳电子学”的中期检查于 2004 年 9 月在吉林大学进行．该项目于 2003 年启动，依托在吉林大学的 MacDiarmid 实验室，中方负责人为王策教授，外方主要合作者是 2000 年诺贝尔化学奖获得者、美国宾州大学的 MacDiarmid 教授．此外还包括美俄亥俄州立大学的 Epstein 教授、美国 Drexel 大学的危岩教授等．

项目执行一年半以来，取得以下创新性学术成果：

（1）实现了哑铃状苯胺低聚物的分子设计与合成；

（2）成功制备出半导体纳米粒子/聚苯胺导电高分子复合微米线，对未来的光电纳米器件产生重要影响；

（3）实现了各种纳米粒子在纳米纤维中的有序排列；

（4）用导电聚合物的纳米聚合物制得全塑结构的二极管在特定的条件下出现了单项导电的特性，有很好的反响截止效应、很高的响应频率，试验表明纳米颗粒的掺杂的量、种类、尺寸、薄膜的厚度、薄膜的制备工艺都影响着 p-n 结的性能变化．

在项目组成员的共同努力下，目前已在国内外核心刊物上共发表 SCI 收录的学术论文 24 篇，获得各种学术奖励 5 项．部分已发表在国际学术刊物上的论文受到了国际同行的关注．由于合作各方的共同努力而对有机纳米功能材料研究的许多新发现，使研究内容不断扩展深入．在此基础上，课题组成员又分别申请到国家自然科学基金面上项目 3 项．

该项目还在充分利用外方世界大师级合作者优势的基础上，将外方教授的作用延伸到基础研究人才的培养．MacDiarmid 教授多次来华，每次都带来有关电子聚合物研究的最前沿和最新进展，他不仅亲自指导研究生从事研究课题，还为化学系本科生授课．

吉林大学王策教授研究组与美国 MacDiarmid 教授的合作由来已久，在 MacDiarmid 教授获得诺贝尔奖之前就已有长期的合作基础．在吉林大学建成以 MacDiarmid 教授名字命名的联合实验室后，MacDiarmid 教授提出，实验室的建设目标是成为世界一流水平的研究基地．围绕着该重大国际合作研究项目的实施，实验室的国际化建设也在逐步深入．2004 年度，MacDiarmid 教授获得了中国政府颁发的“友谊奖”．

（供稿：白 鸽 陈 淮 董建华）